

6. série domácích úkolů

V příkladech této série můžete s výhodou použít některý z programů pro řešení rovnic, takové nástroje jsou dostupné i online, například na <http://www.quickmath.com/webMathematica3/quickmath/page.jsp?s1=equations&s2=solve&s3=advanced>. Všechny rovnice ale mají racionální kořeny.

- 6.1 Pomocí vytvořujících funkcí najděte vzorec pro n -tý člen následující posloupnosti zadané rekurentně:

$$a_0 = 4, a_1 = 20, a_2 = a_3 = 14$$

$$\text{a pro } n \geq 0 \text{ platí } a_{n+4} = 2a_{n+3} + 27a_{n+2} + 26a_{n+1} - 120a_n$$

(4 body)

- 6.2 Pomocí vytvořujících funkcí najděte vzorec pro n -tý člen následující posloupnosti zadané rekurentně:

$$a_0 = a_1 = 3, \text{ a pro } n \geq 0 \text{ platí } 2a_{n+2} = 7a_{n+1} + 3a_n$$

(2 body)

- 6.3 Pomocí vytvořujících funkcí najděte vzorec pro n -tý člen následující posloupnosti zadané rekurentně:

$$a_0 = 1, a_1 = 4, \text{ a pro } n \geq 0 \text{ platí } a_{n+2} = 4a_{n+1} - 4a_n$$

(3 body)

- 6.4 Pomocí vytvořujících funkcí najděte vzorec pro n -tý člen následující posloupnosti zadané rekurentně:

$$a_0 = 4, a_1 = 1, \text{ a pro } n \geq 0 \text{ platí } a_{n+2} = 3a_{n+1} + 4a_n + n + 1$$

(4 body)

- 6.5 Pomocí vytvořujících funkcí najděte vzorec pro závislost n -tého členu na členech a_0 a a_1 v posloupnosti v níž pro $n \geq 0$ platí, že a_{n+2} je aritmetickým průměrem a_{n+1} a a_n . Určete limitu posloupnosti a_n pro $n \rightarrow \infty$ (v závislosti na a_0 a a_1).

(2 body)