

## 10. série domácích úkolů

- 10.1 Hrany úplného grafu na  $n$  vrcholech (aspoň dvou) jsou obarveny 2 barvami (červeně a modře). Ukažte, že v grafu existuje jednobarevná kostra.

(2 body)

- 10.2 Mřížové body (body s celočíselnými souřadnicemi) v rovině jsou obarveny 2010 barvami. Ukažte, že v rovině lze vybrat 2010 řádků (rovnoběžek s osou  $x$ ) a 2008 sloupců (rovn. s osou  $y$ ) tak, že všechny jejich průsečíky mají stejnou barvu.

(3 body)

- 10.3 Rozhodněte zda platí: Každý dostatečně velký souvislý graf obsahuje indukovaný podgraf s právě

- a) 15i hranami.
- b) 27i hranami.

(6+2 body)

- 10.4 Rozhodněte, zda platí: Pro každé přirozené číslo  $k$  existuje takové přirozené číslo  $n$ , že kdykoliv je  $X$  nějaká množina velikosti  $n$  a prvky  $X \times X$  jsou obarveny dvěma barvami, pak existuje podmnožina  $Y$  množiny  $X$  velikosti  $|Y| = k$  taková, že všechny prvky  $(Y \times Y) \setminus \Delta Y$  jsou obarveny stejnou barvou. Zde  $\Delta Y := \{(y, y) \mid y \in Y\}$ .

(3 body)