

3. série

- 3.1 Ukažte, že libovolná posloupnost 115 různých reálných čísel obsahuje rostoucí podposloupnost délky 20, nebo klesající podposloupnost délky 7. Ukažte také naopak, že existuje posloupnost 114 různých čísel, která ani jednu z uvedených podposloupností neobsahuje.

(2 body)

- 3.2 Ukažte, že libovolná posloupnost 1001 reálných čísel obsahuje (ostře) rostoucí, (ostře) klesající nebo konstantní podposloupnost délky 11. Ukažte také naopak, že existuje posloupnost 1000 čísel, která ani jednu z uvedených podposloupností neobsahuje.

(3 body)

- 3.3 Předpokládejme, že systém \mathcal{S} podmnožin X neobsahuje 3 množiny A, B, C takové, že $A \subset B \subset C$. Dokažte, že $|\mathcal{S}| \leq 2 \binom{n}{\lfloor n/2 \rfloor}$, kde $n = |X|$.
Hint: Použijte Spernerovu větu.

(2 body)

- 3.4 Jaká je délka nejdelšího řetězce v uspořádání množiny $\{1, \dots, n\}$ dělitelností? Kolik různých řetězců této délky tato uspořádaná množina obsahuje?

(3 body)