Zkoušky z NMAI055, zkoušející Šámal, letní semestr 2013/2014

Obecné podmínky

Zkoušku mohou skládat pouze studenti, kteří mají předmět NMAI055 zapsaný v letním semestru 2013/2014.

Nutnou podmínkou ke skládání zkoušky je získání zápočtu – před písemnou částí zkoušky.

Zkouška se skládá z písemné a ústní části, písemná část předchází ústní části. Pokud student neuspěl u písemné části, neprospěl u tohoto termínu. (Pokud se student zúčastní písemky a neodevzdá ji, získal 0 bodů.) Pokud student uspěl u písemné části, skládá ústní zkoušku. Při druhém opravném termínu (tedy třetím termínu zkoušky) postupují k ústní zkoušce všichni studenti. Neprospěje-li student u ústní zkoušky, neprospěl u tohoto termínu.

Pokud student při ústní zkoušce neuspěje a absolvoval písemnou část s méně než 40 body, opakuje při opravném termínu písemnou i ústní část zkoušky. Pokud získal za písemnou část alespoň 40 bodů, může opakovat pouze ústní část zkoušky.

Písemná část zkoušky

Písemná část zkoušky se skládá ze čtyř příkladů, za které lze získat celkem 40 bodů. Příklady jsou vybrány z okruhů

1) Hledání primitivní funkce
2) Výpočet určitého integrálu
3) Aplikace určitého integrálu na spočtení obsahu, objemu, povrchu, délky křivky
4) Funkce více proměnných – spojitost, tečny
5) Hledání extrémů funkce více proměnných

Písemná čast trvá 120 minut. Během písemky nelze používat mobilní telefony, kalkulačky ani jinou výpočetní techniku.

Je možné používat tahák v rozsahu A4ky (oboustranně) popsané vlastní rukou.

Při písemné i ústní části zkoušky se student prokáže dokladem s fotografií. Student uspěje u písemné části, pokud získá alespoň 20 bodů.

Vzorové zadání – viz web přednášejícího.

Ústní část zkoušky

Ústní část zkoušky se koná zpravidla následující den/dny po části písemné. Student si vylosuje sadu čtyř otázek. Po zhruba 30 minutách na přípravu začíná zkoušení. Pokud nemá student ještě nějaké otázky vypracované, tak dostane po prozkoušení již připraveného čas na jejich dokončení. K vypracování odpovědí nelze používat jiné pomůcky než psací potřeby. Odpovědi jsou zhodnoceny a obodovány zkoušejícím.

Skladba otázek a počty bodů :

1) Klíčový pojem (neboduje se)
2) Tři definice nebo znění věty (každá otázka za 5 bodů)
3) Lehká věta a důkaz (15 bodů)
4) Těžká věta a důkaz (20 bodů)

Seznamy klíčových pojmů, definic, lehkých a težkých vět budou k dispozici na konci semestru. Za nezbytnou součást znalosti definic, respektive vět, se považuje jejich porozumění a schopnost je používat.

Vzor zadání otázek

1) (0 bodů)
   - Definujte metrický prostor a uveďte příklad.
2) (15 bodů)
   - Definujte primitivní funkci.

- Definujte stejnoměrně spojitou funkci.
- Vyslovte větu o postačující podmínce pro lokální extrém.

3) (15 bodů)

- Vyslovte a dokažte větu: per partes pro určitý integrál.

4) (20 bodů)

- Vyslovte a dokažte větu: charakterizace kompaktních množin $\mathbb{R}^n$.

Celkové hodnocení zkoušky

1) Nezbytnou podmínkou ke složení zkoušky je znalost klíčového pojmu.

2) Student složí zkoušku, pokud získá alespoň 20 bodů z písemné zkoušky, alespoň 25 bodů z ústní zkoušky a prokáže znalost klíčového pojmu.

3) Celkový počet bodů = $\frac{5}{4}\times$ body z písemky + body z ústní části.
K celkovému hodnocení známkou výborně je potřeba získat alespoň 80 bodů.
K celkovému hodnocení známkou velmi dobře je potřeba získat alespoň 65 bodů.

Seznam klíčových pojmů.

- Taylorův polynom pro reálnou funkci
- primitivní funkce
- dělení intervalu, horní a dolní součet
- horní a dolní Riemannův integrál
- Newtonův integrál
- parciální derivace
- totální diferenciál a gradient funkce
- metrický prostor
- otevřená/uzavřená množina v metrickém prostoru
- uzávěr, vnitřek a hranice množiny
- konvergentní posloupnost bodů v metrickém prostoru
- kompaktní množina v metrickém prostoru
- spojitost funkce mezi metrickými prostory

Definice. Viz seznam klíčových pojmů a dále:

- racionální funkce
- zjemnění dělení
- norma dělení
- stejnoměrně spojitá funkce
- délka křivky
- otevřená/uzavřená množina v $\mathbb{R}^n$
- limita funkce n reálných proměnných
- druhá parciální derivace
- derivace funkce ve směru
- otevřená/uzavřená koule v metrickém prostoru
- ekvivalentní metriky

Věty bez důkazu. Zkouší se jen znění a porozumění. (Poslední dvě věty byly na přednášce s důkazem, ale byly odhlasovány, že u nich se důkaz nezkouší.)

- zobecněná Rolleova věta
- linearita integrálu
- o substituci pro určitý integrál
- délka křivky v $\mathbb{R}^n$
- objem a povrch rotačního tělesa
- integrální kritérium konvergence řad
- záměnnost smíšených derivací
- postačující podmínky pro lokální extrém funkce více proměnných
- o aritmetice totálního diferenciálu
- diferenciál složeného zobrazení
- věta o implicitních funkcích
- derivace implicitní funkce
- o inverzním zobrazení
- existence extrému na omez. uzavř. množ. v $\mathbb{R}^n$
- charakterizace spojitosti
- otevřené množiny v podprostoru
- spojitost na podprostoru
- kompaktnost kvádru
- nabývání extrémů na kompaktu
- Taylorův polynom pro funkce více proměnných (stačí polynom druhého stupně)
- o rozkladu na parciální zlomky

Lehké věty.

- Jensenova nerovnost
- AG-nerovnost
- Taylorův polynom – Peanův tvar zbytku
- Lagrangeova věta o střední hodnotě
- o jednoznačnosti primitivní funkce až na konstantu
- linearita primitivní funkce
- integrace per partes
- o zjemnění dělení
- o dvou děleních
- monotonie integrálu
- vztah monotonie a Riemannovské integrovatelnosti
- per partes pro určitý integrál
- aproximace součtů pomocí integrálů
- nutná podmínka existence extrému funkce více proměnných
- parc.derivace a spojitost
- o tvaru totálního diferenciálu
- tot.diferenciál a spojitost
- spojitost parc.derivací a tot.diferenciál
- řetízkové pravidlo
- vlastnosti otevřených množin
- vlastnosti uzavřených množin
- konvergence a metrika
- spojitost a konvergence

Těžké věty.

- Taylorův polynom s Lagrangeovým tvarem zbytku
- 1. o substituci při výpočtu prim. funkce
- 2. o substituci při výpočtu prim. funkce
- kritérium existence R. integrálu
- o vztahu spojitosti a Riemannovské integrovatelnosti
- o derivaci integrálu podle horní meze
- o vztahu spojitosti a existence primitivní funkce
- délka křivky
- o přírůstku funkce více proměnných
- Lagrangeova věta o vázaných extrémech
- charakterizace uzavřených množin
- vlastnosti kompaktních množin
- charakterizace kompaktních množin v $\mathbb{R}^n$

Poznámka k důkazům: Některé věty jsme dokazovali jen zčásti (např. jednu nerovnost u vzorce pro délku křivky, atd.); v poznámkách o probrané látce by to mělo být uvedeno. Takové důkazy stačí umět také jen z příslušné části.