Zkoušky z NMAI056, zkoušející Šámal, zimní semestr 2011/2012

Obecné podmínky

Zkoušku mohou skládat pouze studenti, kteří mají předmět NMAI056 zapsaný v zimním semestru 2011/2012.

Nutnou podmínkou ke skládání zkoušky je získání zápočtu – před písemnou částí zkoušky.

Zkouška se skládá z písemné a ústní části, písemná část předchází ústní části. Pokud student neuspěl u písemné části, neprospěl u tohoto termínu. (Pokud se student zúčastní písemky a neodevzdá ji, získal 0 bodů.) Pokud student uspěl u písemné části, skládá ústní zkoušku. Při druhém opravném termínu (tedy třetím termínu zkoušky) postupují k ústní zkoušce všichni studenti. Neprospěje-li student u ústní zkoušky, neprospěl u tohoto termínu.

Pokud student při ústní zkoušce neuspěje a absolvoval písemnou část s méně než 40 body, opakuje při opravném termínu písemnou i ústní část zkoušky. Pokud získal za písemnou část alespoň 40 bodů, může opakovat pouze ústní část zkoušky.

Písemná část zkoušky

Písemná část zkoušky se skládá ze tří příkladů, za které lze získat celkem 50 bodů. Příklady jsou vybrány z okruhů

1) Vícerozměrný integrál
2) Komplexní funkce (derivace, integrál)
3) Mocninné řady
4) Stejnoměrná posloupnost posloupností, příp. řad
5) Fourierův rozklad

Písemná čast trvá 120 minut. Během písemky nelze používat mobilní telefony, kalkulačky ani jinou výpočetní techniku.

Je možné používat tahák v rozsahu A4ky (oboustranně) popsané vlastní rukou.

Při písemné i ústní části zkoušky se student prokáže dokladem s fotografií. Student uspěje u písemné části, pokud získá alespoň **27 bodů**. Zisk alespoň **23 bodů** znamená částečný úspěch – na začátku ústní zkoušky bude ještě přezkoušeno počítání příkladů.

Vzor zadání písemky

Viz web.

Ústní část zkoušky

Ústní část zkoušky se koná zpravidla následující den/dny po části písemné. Student si vylosuje sadu čtyř otázek. Po zhruba 30 minutách na přípravu začíná zkoušení. Pokud nemá student ještě nějaké otázky vypracované, tak dostane po prozkoušení již připraveného čas na jejich dokončení. K vypracování odpovědí nelze používat jiné pomůcky než psací potřeby. Odpovědi jsou zhodnoceny a obodovány zkoušejícím.

Skladba otázek a počty bodů :

1) Klíčový pojem (neboduje se)
2) Tři definice nebo znění věty (každá otázka za 5 bodů)
3) Lehká věta a důkaz (5 bodů za znění a 10 bodů za důkaz)
4) Těžká věta a důkaz (5 bodů za znění a 15 bodů za důkaz)

Seznamy klíčových pojmů, definic, lehkých a težkých vět budou k dispozici na konci semestru. Za nezbytnou součást znalosti definic, respektive vět, se považuje jejich porozumění a schopnost je používat.

Vzor zadání otázek

1) (0 bodů) Klíčový pojem
   - Křivkový integrál z komplexní funkce
2) (15 bodů) Definujte/vyslovte
   - Stejnoměrná konvergence posloupnosti funkcí
   - Ekvivalentní definice kompaktnosti
   - Abelova věta
3) (15 bodů) Vyslovte a dokažte větu
   - Cauchy–Riemannovy podmínky pro existenci derivace – jen jeden směr
4) (20 bodů) Vyslovte a dokažte větu
   - Bolzano-Cauchyho podmínka pro stejnoměrnou konvergenci

Hodnocení zkoušky

1) Nezbytnou podmínkou ke složení zkoušky je znalost klíčového pojmu.
2) K celkovému hodnocení známkou výborně je potřeba získat alespoň **80 bodů**, z toho alespoň 30 bodů za písemnou a alespoň 30 bodů za ústní část.
3) K celkovému hodnocení známkou velmi dobře je potřeba získat alespoň **65 bodů**, z toho alespoň 30 bodů za písemnou a alespoň 30 bodů za ústní část.
4) K úspěšnému složení zkoušky, je potřeba získat alespoň **50 bodů**, z toho alespoň 25 za ústní část.

Seznam klíčových pojmů.

- Vícerozměrný Riemannův integrál
- Holomorfní funkce
- Mocninná řada, poloměr konvergence
- Křivkový integrál z komplexní funkce
- Stejnoměrná konvergence posloupnosti funkcí
- Stejnoměrná konvergence řady funkcí
- Fourierova řada
- Ekvivalentní definice kompaktnosti

Definice. Viz seznam klíčových pojmů a dále:

- Vícerozměrný interval a jeho dělení
- Nulová množina
- Regulární zobrazení
- Křivka v $\mathbb{C}$
- Funkce po částech spojitá
- Funkce po částech hladká
- Fourierovy koeficienty

Věty bez důkazu. Zkouší se jen znění a porozumění.

- Lebesgueova o Riemannovské integrovatelnosti
- obecnější Fubiniova
- o substituci ve vícerozměrném integrálu
- Cauchyho věta o komplexním integrálu
- Diniho věta
- Newtonův integrál ze stejnoměrně konvergentní posloupnosti funkcí
- Abel-Dirichletovo kritérium pro konvergenci číselných řad
- Ekvivalentní definice kompaktnosti
- Základní věta algebry

Lehké věty.

- Graf spojité funkce je nulová množina
- Cauchy–Riemannovy podmínky pro existenci derivace – jen jeden směr
- Poloměr konvergence MŘ
- Operace s MŘ uvnitř kruhu konvergence
- Komplexní integrál po uz. křivce z funkce, která má primitivní funkci
- Charakterizace stejnoměrné konvergence pomocí supremové metriky
- Riemannův integrál ze stejnoměrně konvergentní posloupnosti funkcí
- Nutná podmínka stejnoměrné konvergence
- Weierstrassovo kritérium (Weierstrassův M-test)
- Spojitost mocninné řady v bodě na hranici kruhu konvergence – můžete využít Abelovu větu
- Ortogonalita sinů a cosinů
- Součet konečné řady cosinů
- Integrál z Dirichletova jádra
- Stejnoměrná konvergence Fourierovy řady

Těžké věty.

- Fubiniho věta
- Význam koeficientů MŘ
- Derivování MŘ člen po členu
- Cauchyho o stejnoměrné limitě spojitých funkcí
- Bolzano-Cauchyho podmínka pro stejnoměrnou konvergenci
- Weierstrassova věta o stejnoměrné konvergenci derivací
- Abelova věta
- Riemann-Lebesgueovo lemma
- vyjádření částečného součtu Fourierovy řady pomocí Dirichletova jádra
- Bodová konvergence Fouerierovy řady
- Konečné podpokrytí uzavřeného intervalu
- vztah spojitosti a stejnoměrné spojitosti na kompaktu

Poznámka k důkazům: Některé věty jsme dokazovali jen zčásti (např. jednu nerovnost u vzorce pro délku křivky, atd.); v poznámkách o probrané látce by to mělo být uvedeno. Takové důkazy stačí umět také jen z příslušné části.