

2. zkoušková písemka MA3 – NMAI056 – 3.2.2012

Na každý papír napište číslo příkladu a svoje jméno.

1. (16 bodů) Určete objem tělesa M , kde

$$M = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x + y + z \leq 2, y^2 \leq z, z^2 \leq y, x, y, z \geq 0\}.$$

2. (16 bodů) Položme

$$f_n(x) = n \sin(x/n).$$

Zjistěte, zda posloupnost f_n konverguje stejnoměrně, případně lokálně stejnoměrně. Zjistěte, jaká je derivace limitní funkce v bodě $x = 1$.

3. (18 bodů) Rozložte funkci

$$g(x) = \begin{cases} x & \text{pokud } x \in [-\pi/2, \pi/2] \\ -x & \text{pokud } x \in (-\pi, -\pi/2) \cup (\pi/2, \pi) \\ 0 & \text{pokud } x = \pm\pi \end{cases}$$

ve Fourierovu řadu na intervalu $(-\pi, \pi)$ a určete její součet všude, kde řada konverguje.

Podrobně zdůvodněte všechny výpočty.

Na vypracování máte 120 minut.

Při práci nejsou povoleny žádné kalkulačky, počítač, mobily, ... (Mobilům prosím předem vypněte zvonění.)

Pokud by se ve výsledku vyskytovaly výrazy, které se bez kalkulačky špatně počítají, nevyčíslujte je ($137 \cdot 173$ je stejně dobrá, než-li lepší odpověď, než 23701).

Můžete využívat jeden tahák o formátu A4.