3. cvičení z MA — 16.3.2011

Primitivní funkce alias neurčité integrály

Racionální funkce

Racionální funkce převedeme na parciální zlomky. S těmi pak naložíme podle následujícího návodu.

integrand	primitivní funkce
$\frac{1}{x-\alpha}$	$\ln\lvert x-\alpha\rvert$
$\frac{1}{(x-\alpha)^k}; k>1$	$\frac{1}{-k+1}\frac{1}{(x-\alpha)^{k-1}}$
$\frac{2x+p}{x^2+px+q}$	$\ln\lvert x^2+px+q\rvert$
$\frac{1}{x^2+px+q}; q>\frac{p^2}{4}$	$\frac{1}{\sqrt{q-\frac{p^2}{4}}}\operatorname{arctg}\frac{x+\frac{p}{2}}{\sqrt{q-\frac{p^2}{4}}}$
$\frac{2x+p}{(x^2+px+q)^k}; k>1$	$\frac{1}{-k+1}\frac{1}{(x^2+px+q)^{k-1}}$
$\frac{1}{(x^2+1)^{k+1}}; k>1$	$\frac{1}{2k}\left(\frac{x}{(1+x^2)^k}+(2k-1)\int\frac{1}{(1+x^2)^k}\right)$

1.

(a) $\int \frac{3x+5}{2x^2+3x+7}\,\mathrm{d}x$,
(b) $\int \frac{x^7-5}{x^2-1}\,\mathrm{d}x$,
(c) $\int \frac{x^3+1}{x^3-5x^2+6x}\,\mathrm{d}x$,
(d) $\int \frac{x^4}{x^4+5x^2+4}\,\mathrm{d}x$,
(e) $\int \frac{x}{x^3-3x+2}\,\mathrm{d}x$,
(f) $\int \frac{x}{x^3-1}\,\mathrm{d}x$,
(g) $\int \frac{1}{x^6+1}\,\mathrm{d}x$,
(h) $\int \frac{x}{2x^2-3x-2}\,\mathrm{d}x$,
(i) $\int \frac{x^3+1}{x^3-x^2}\,\mathrm{d}x$,
(j) $\int \frac{x^2}{(x+2)^2(x+4)^2}\,\mathrm{d}x$.