

## 2. cvičení z MA — 12.10.2010

### Úpravy vzorců

Rozmyslete si/vzpomeňte si/zapamatujte si ...

- (a)  $x^a \cdot x^b =$   
(b)  $x^{a+b} =$   
(c)  $x^{ab} =$   
(d)  $e^{a+b} =$   
(e)  $\log ab =$   
(f)  $\log(a+b) =$   
(g)  $x^2 - y^2 =$   
(h)  $x^3 - y^3 =$   
(i)  $x^3 + y^3 =$   
(j)  $\sin(x \pm y) =$   
(k)  $\cos(x \pm y) =$

### Suprema a infima

Napřed si zopakujte definici suprema a infima, rozdíl oproti maximu a minimu, uveďte jednoduchý příklad množiny, která má supremum, ale nemá maximum. Naleznete množinu, která nemá supremum?

Najděte suprema a infima následujících množin (pokud existují). Existují maxima a minima? (Dohodněme se, že  $\mathbb{N}$  značí množinu  $\{1, 2, 3, \dots\}$ , zatímco  $\mathbb{N}_0 = \mathbb{N} \cup \{0\}$ .)

- (a)  $A_1 = \{(n-1)/n; n \in \mathbb{N}\}$ ,  
(b)  $A_2 = \{p/(p+q); p \in \mathbb{N}, q \in \mathbb{N}\}$ ,
- (a)  $B_1 = \{\sin x; x \in \langle 0, 2\pi \rangle\}$ ,  
(b)  $B_2 = \{\sin x; x \in (0, 2\pi)\}$ ,  
(c)  $B_3 = \{\sin x; x \in (0, \pi)\}$ ,
- (a)  $C_1 = \{n^2 - m^2; n \in \mathbb{N}, m \in \mathbb{N}\}$ ,  
(b)  $C_2 = \{n^2 - m^2; n \in \mathbb{N}, m \in \mathbb{N}, n > m\}$ ,  
(c)  $C_3 = \{n^2 - m^2; n \in \mathbb{N}, m \in \mathbb{N}, n \leq m\}$ ,
- (a)  $D_1 = \{2^{-n} + 3^{-n}; n \in \mathbb{N}\}$ ,  
(b)  $D_2 = \{2^{-n} + 3^{-n}; n \in \mathbb{Z}\}$ ,
- $E = \{5^{(-1)^j 3^k}; j \in \mathbb{Z}, k \in \mathbb{Z}\}$ .
- (a)  $F_1 = \{\cos(n + 1/n)\pi; n \in \mathbb{N}\}$ ,  
(b)  $F_2 = \{\cos(n + 1/n)\pi; n \in \mathbb{N} \text{ sudé}\}$ ,  
(c)  $F_3 = \{\cos(n + 1/n)\pi; n \in \mathbb{N} \text{ liché}\}$ .

### Limity posloupností

Co říká definice limity? Spočtete přímo podle definice limitu posloupností  $(\frac{1}{1+n^2})_{n=1}^{\infty}$  a  $(\frac{n+1}{n+2})_{n=1}^{\infty}$ . Spočtete následující limity (nebo dokažte, že neexistují). Budou se vám k tomu hodit (mimo snad první příklad) věty o aritmetice limit.

- (a)  $\lim_{n \rightarrow \infty} (-1)^n$ ,  
(b)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \cos(-1)^n$ ,  
(c)  $\lim_{n \rightarrow \infty} (-1)^{n!}$ .