

Kombinatorické etudy 4

1. (3.18) V soutěži ve skoku dalekém opět skáče n skokanů v náhodném pořadí (a žádní dva neskočí stejně). Sázková kancelář přijímá pouze jeden druh sázek: po provedeném skoku si lze vsadit na to, že závodník co právě skočil bude celkový vítěz. Protože jsme přišli pozdě, můžeme sázet až po k -tém skoku. Jaká je pravděpodobnost výhry? (Máme jenom jeden tip.)
2. (5.26) Pokud rovinný graf má všechny stupně sudé, je možné jeho stěny obarvit dvěma barvami tak, že stěny se společnou hranou mají odlišnou barvu.
3. (6.5) Souvislý k -regulární bipartitní graf je 2-souvislý.
4. (7.4) Dokažte Hallovu větu – několika způsoby! S použitím/bez použití Königovy věty, toků v sítích atd. Jak spolu různé důkazy souvisí?
Kdy má bipartitní graf perfektní párování?
5. (8.4) Buď G orientovaný graf a S množina jeho vrcholů taková, že existují disjunktí orientované cesty začínající v S a pokrývající $V(G)$. Ukažte, že S má podmnožinu S_0 s touž vlastností, pro niž je navíc $|S| \leq \alpha(G)$.
6. (10.4) Buď G graf, který neobsahuje dvě disjunktí kružnice, a jehož všechny stupně jsou alespoň 3. Ukažte, že G je jeden z následujících grafů: K_5 , W_n , $K_{3,n-3}$ (příp. s lib. přidanými hranami do partity s třemi vrcholy). Připomeňme, že $W_n = C_n * K_1$, neboli suspenze C_n , prostě C_n s novým vrcholem co sousedí se všemi ostatními.