

# 1. cvičení z MA — 1. nebo 6.10.2008

## Funkce

1. Nakreslete grafy následujících funkcí:

- (a)  $\cos x, \cos 2x, \cos(x + \pi), \cos(2x + \pi), 2 \cos x + 1$
- (b)  $||x - 1| - 1|, ||x - 1| - 1|^2, ||x - 1|^2 - 1|$
- (c)  $\sin |x|, |\sin x|$
- (d)  $* \sin x^2, \sin 1/x, \ln \sin x, \ln \ln \sin x$
- (e)  $\sqrt{1 - x^2}$
- (f)  $\sin x \cdot \cos x$
- (g)  $* x + 1/x$

2. Vyhovuje funkce daná předpisem  $f(x) = \sin x$  následujícímu výroku, nebo jeho negaci?

$$(\forall \varepsilon > 0)(\exists K > 0)(\forall x \in \mathbb{R}) \quad x > K \implies |f(x)| < \varepsilon$$

3. Který z následujících výroků je silnější?

- $(\forall x \in \mathbb{R})(\exists K > 0) \quad |f(x + 1) - f(x)| \leq K$
- $(\exists K > 0)(\forall x \in \mathbb{R}) \quad |f(x + 1) - f(x)| \leq K$

4. Buď  $f : X \rightarrow Y$  libovolné zobrazení,  $A, B \subseteq X$  libovolné množiny.

- (a) Jaký je vztah mezi množinami  $A$  a  $f^{-1}(f(A))$ ?
- (b) Jaký je vztah mezi množinami  $f(A \cup B)$  a  $f(A) \cup f(B)$ ?
- (c) Jaký je vztah mezi množinami  $f(A \cap B)$  a  $f(A) \cap f(B)$ ?

## AG nerovnost

5. Pro kladná reálná čísla  $x_1, \dots, x_n$  platí

$$\sqrt[n]{x_1 \dots x_n} \leq \frac{1}{n}(x_1 + \dots + x_n).$$

Dokažte pro  $n = 2$  a zapamatujte si pro všechna přirozená  $n$ .

## Logika, výroky

6. Pro libovolné výroky  $a, b$  jsou následující výroky ekvivalentní. Rozmyslete si a dobře zapamatujte, při chápání důkazů se vám to bude hodit!

- (i)  $a \implies b$ , (ii)  $\neg b \implies \neg a$ , (iii)  $\neg a \vee b$ , (iv)  $\neg(a \& \neg b)$ .

7. Řekněte bez použití "implikace": Nebude-li pršet, nezmoknem. Kdo se bude snažit, dostane zápočet. Kdo získá dost bodů z písemky, dostane zápočet. Kdo nebude nic umět a nebude se snažit, ten nedostane zápočet.

8. Znegujte: Když prší, nevycházím z domu. Nebude-li pršet, nezmoknem. Zmokneme, právě když bude pršet.

9. Zapište pomocí kvantifikátorů a znegujte: Všechna přirozená čísla jsou sudá. Každé prvočíslo je liché. Některé přirozené číslo je dělitelné všemi prvočíslly. Mezi  $n$  a  $2n$  vždy najdeme nějaké prvočíslo.

Web: <http://kam.mff.cuni.cz/~samal>