Časté chyby při počítání limit (a nejen tam)

Každý z následujících výpočtů obsahuje chybu. Najděte ji, rozmyslete si, v čem je problém, a (hlavně), takové chyby nedělejte :–).
Některé z nich jsou varianta na "meta-chybu": upravuju tak dlouho, dokud neudělám chybu. Pokud se vám nějakými úpravami povedlo příklad vyřešit, a ani jste si nevšimli, jak . . . je to důvod k zamyšlení (a důkladné kontrole provedených úprav).
(Chyby jsem povětšinou odpozoroval z řešení bonifikačních písemek. Doufám, že mi jejich autoři odpustí, že jim za inspiraci neděkuji jmenovitě, ale jen takto všeobecně. :)

1.

$$\lim_{n\to\infty} \frac{3n^2}{5} - \frac{3n^2-5}{5} = \lim_{n\to\infty} \frac{3n^2}{5} - \frac{n^2(3-5/n^2)}{5}$$

Podle VoAL nahradíme výraz $3 - 5/n^2$ limitní hodnotou 3, dostaneme

$$\lim_{n\to\infty} \frac{3n^2}{5} - \frac{n^2\cdot 3}{5} = 0$$

2. Posloupnost (a_n) daná předpisem

$$a_n = \frac{3n^2}{5} - \left\lfloor \frac{3n^2}{5} \right\rfloor, \quad n = 1, 2, \ldots$$

nemá limitu, protože není monotónní. (To ověříme tak, že $a_1 = 3/5 > a_5 = 0 < a_6 = 3/5$.)

3. Limita $\lim\limits_{n\to\infty} \sqrt{n+1} - \sqrt{n}$ neexistuje, protože aplikací věty o aritmetice limit nám vyjde neurčitý výraz $\infty - \infty$.

4. Počítejme limitu

$$\lim_{n\to\infty} n\sqrt[3]{1+3/n} - n\sqrt{1-2/n}\,.$$

Protože zjevně (?) je limita $\lim\limits_{n\to\infty} \sqrt[3]{1+3/n} = \lim\limits_{n\to\infty} \sqrt{1-2/n} = 1$, nahradíme tyto výrazy limitními hodnotami (dle věty o aritmetice limit) a dostaneme

$$\lim_{n\to\infty} n - n = 0\,.$$

5.

$$\begin{aligned}
\lim_{n\to\infty} \left(\sqrt[3]{n^3+3n^2} - \sqrt{n^2-2n}\right) &= \lim_{n\to\infty} \left(n^3\sqrt[3]{1+3/n} - n^2\sqrt{1-2/n}\right) \\
&= \lim_{n\to\infty} n^3 \left(\sqrt[3]{1+3/n} - \frac{1}{n}\sqrt{1-2/n}\right) \\
&= \lim_{n\to\infty} n^3 \cdot \lim_{n\to\infty} \left(\sqrt[3]{1+3/n} - \frac{1}{n}\sqrt{1-2/n}\right) \\
&= \infty\cdot(1-0) = \infty
\end{aligned}$$

6.

$$
\begin{aligned}
\lim_{n\to\infty}\left(\sqrt[3]{n^3+3n^2}-\sqrt{n^2-2n}\right) &= \lim_{n\to\infty}\left(\sqrt[3]{n^3+3n^2}-\sqrt{n^2-2n}\right)\frac{\sqrt[3]{n^3+3n^2}+\sqrt{n^2-2n}}{\sqrt[3]{n^3+3n^2}+\sqrt{n^2-2n}}\\
&= \lim_{n\to\infty}\frac{n^3+3n^2-n^2+2n}{\sqrt[3]{n^3+3n^2}+\sqrt{n^2-2n}}\\
&= \lim_{n\to\infty}\frac{n^2(1+2/n+2/n^2)}{\sqrt[3]{1+3/n}+\sqrt{1-2/n}}\\
&= \frac{\infty(1+0+0)}{1+1}=\infty
\end{aligned}
$$