

3. zkoušková písemka z MA – 10.6.2009

Na každý papír napište číslo příkladu a své jméno.

1. (15 bodů) Spočtěte

$$\int_0^1 \frac{\sin(x)^2 + 1}{2\cos(x)^2 + 1} dx.$$

Výpočet zdůvodněte!

2. (15 bodů) Spočtěte objem a povrch tělesa

$$M = \{[x, y, z] \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 \leq z, 0 \leq z \leq a\}$$

($a > 0$ je parametr). Nezapomeňte na část povrchu tělesa, která je tvořena kruhem.

3. (20 bodů) Nalezněte (globální) minimum a maximum funkce $f(x, y) = x^2 + 2y^2$ na množině

$$M = \{[x, y] \in \mathbb{R}^2 : x^4 + y^4 = 1\}.$$

Nezapomeňte vysvětlit, proč maximum a minimum existují. Pokud o nějaké množině budete tvrdit, že je kompaktní, zdůvodněte, proč tomu tak je.

Na vypracování máte 120 minut.

Podrobně zdůvodněte všechny výpočty.

Při práci nejsou povoleny žádné kalkulačky, počítač, mobily, ... (Mobilům prosím předem vypněte zvonění.) Můžete mít jeden tahák: papír velikosti A4, oboustranně popsany.

Přeji vám hodně štěstí.