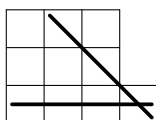


## Logické hříčky a úlohy

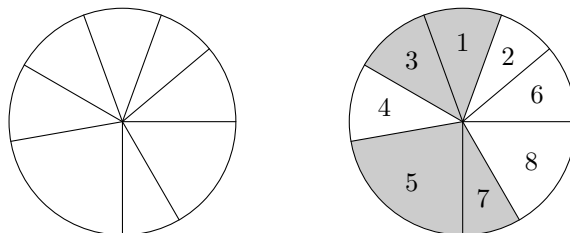
**Úloha 1.** (Dva bratři) Princ na cestě k zámku dorazil na rozcestí a neví, kterou ze dvou cest má zvolit. Na rozcestí se nachází chatrč a v ní jsou dva bratři—jeden vždy mluví pravdu a druhý vždy lže, ale princ neví který z nich je který. Stačí mu položit jednu otázku jednomu z bratrů, aby zjistil, kterou cestou se má vydat?

**Úloha 2.** (Piškvorky) Možná víte, že pro piškvorky na ploše  $3 \times 3$  existuje neprohrávající strategie pro oba hráče—to znamená, že pokud budou oba hráči hrát bezchybně, hra skončí remízou (klidně si to zkuste dokázat). Přilepme k hrací ploše jedno další políčko v pravém dolním rohu, viz obrázek. To nám dává dvě nové možnosti, jak vyhrát—diagonálou do nově přidaného políčka, nebo zabráním celého spodního řádku (tady už nestačí trojice, jsou potřeba všechny čtyři). Dopadne takto modifikovaná hra stejně jako předtím, nebo má některý z hráčů vyhrávající strategii?



**Úloha 3.** (Pizza) Dva kamarádi Karel a Pepa si společně koupili pizzu, která je nařezaná na 8 dílků. Dílky jsou však nařezané nerovnoměrně, viz obrázek, a proto není snadné pizzu rozdělit. Dohodli se na následujícím postupu. Začne Karel a vybere si libovolný dílek pizzy. Potom se ve vybírání střídají, ale vždy se musí zvolit jeden z dílků sousedících s už vyjedenou oblastí. A samozřejmě oba se snaží získat pizzu co nejvíc. Dokažte, že existuje strategie, při které Karel získá alespoň polovinu pizzy.

Ilustrativní příklad, pizza se nachází nalevo, napravo jsou dílky očíslovány v pořadí, v jakém si pizzu volili (šedé dílky dostal Karel):



**Úloha 4.** (Nevěrné manželky) Bylo jedno mafiánské městečko a tam žila velká spousta mafiánů. Mafiáni měli manželky a jak už to tak bývá, některé manželky byly věrné a jiné ne. Žádný z mafiánů však o své manželce neví, zda je mu věrná či ne. Na druhou stranu ví všechno ostatní, tedy i o ostatních mafiánech a věrnosti jejich manželek.

Jednoho dne byla oslava, kde se jeden svobodný mafián opil a přede všemi prohlásil: „V tomhle městě je alespoň jedna nevěrná manželka.“ Uběhlo 42 dní a všechny nevěrné manželky byly najednou v poledne oběšeny na náměstí. Kolik jich bylo a jak k tomu přesně došlo?

Mafián nemá jinou možnost jak zjistit, zda je jeho manželka nevěrná, než pomocí vlastního logického uvažování—nikdo mu to nemůže říct. Uvažování mafiánů funguje po dnech. Pokud kterýkoliv mafián zjistí, že jeho manželka je nevěrná, následujícího dne ji na náměstí veřejně popraví (tedy všichni mafiáni se o tom dozvědí). Na druhou stranu nikdy nepopraví manželku, pokud si není absolutně jistý, že je mu nevěrná. Všichni mafiáni uvažují naprosto identicky a vědí to o sobě.

**Úloha 5.** (Hořící dům) V hořícím domě je skupina přátel. Chce se dostat za každou cenu ven, neboť dům za 12 minut spadne. Musí proběhnout chodbou, která je celá v plamenech. Pokud skrz ní chce někdo projít, musí mít u sebe hasící přístroj a plameny trochu krotit. Problém je, že přátelé mají jen jeden. Chodbou mohou jít naráz maximálně dva lidé. Pak se někdo musí vrátit s přístrojem a mohou jít další dva.

Mezi přáteli je jeden hasič, který se v plamenech pohybuje běžně, a tak dokáže chodbou proběhnout během minuty. Jeho nejlepší kamarád, taky docela korba, proběhne za dvě minuty. Dále je tam jeden starší pán, kterému to trvá čtyři minuty, a ožrala, který se bude chodbou motat pět minut. Pokud jde dvojice, pohybuje se rychlostí pomalejšího.

Jak budou postupovat, aby se dostali ven do 12 minut, než dům spadne?

**Úloha 6.** (Topinky) Praktická úloha z matfyzáckého života. Jedna topinka se smaží čtyři minuty—dvě minuty z každé strany. Na pánev se vejdou dva chleby vedle sebe. Za jak dlouho nejrychleji osmažíte na jedné pánvi tři topinky? Čas potřebný na vyměňování a obracení topinek je zanedbatelný.

**Úloha 7.** (Kačenka) V rybníčku kruhového tvaru plave kačenka. Ráda by odletěla pryč. Protože má poraněnou plovací blánu, nemůže z hladiny jezera vzlétnout—musí nejprve doplavat na břeh. Tam na ni ale číhá kočka, která se bojí vody, ale po okraji rybníka se pohybuje čtyřikrát větší rychlostí než kačenka plave. Existuje způsob, jak může kačenka kočce upláchnout, ať se kočka pohybuje jakkoliv chytře? Například pokud by se rozhodla hned plavat na druhý konec jezírka než stojí kočka, utéct by nedokázala.

**Úloha 8.** (Lodičky) Tři manželské páry stojí na břehu řeky, ale mají jenom jedinou lodičku, do které se vejdou nejvýše dva lidé. Problém je, že všichni manželé jsou hrozně žárliví. Proto nedovolí, aby jejich manželka byla ani chvíli o samotě s jiným mužem. Existuje způsob, jak se mohou všichni dostat na druhou stranu řeky?

**Úloha 9.** (Bezpečná pošta) Jeden pán chtěl poslat svému příteli cennou věc. Proto se ji rozhodl zamknout do truhly. Oba mají spoustu zámků, ale nemají klíče od zámků toho druhého. Do zamčené truhly se nelze dostat jinak než pomocí klíče (například nejde truhlu rozbít). Samotné klíče nelze posílat, protože by je někdo mohl okopírovat. Existuje způsob, jak lze cennost bezpečně poslat?

Poznámka na okraj: Řešení podobné tomuto se skutečně v počítačovém světě používá.

**Úloha 10.** (Truhly) Byly tři truhly, v jedné modré drahokamy, v druhé červené a ve třetí zelené. Navíc na truhlách byly štítky, co je v které. Někdo zlomyslně štítky prohodil tak, že na žádné z truhel není štítek správně. Jaký nejmenší počet truhel musím otevřít, abych uměl štítky vrátit zpátky?