http://www.kam.mff.cuni.cz/~knop/vyuka/ads2/

Příklad 1. Nalezněte reálnou Fourierovu transformaci (dále jen FT) vektorů

$$(0, \ldots, 0), (1, \ldots, 1), \ldots, (k, \ldots, k), (\omega^0 \omega^1, \ldots, \omega^{n-1}).$$

Příklad 2. Jak vypadá FT antisymetrického vektoru? Tj. takového vektoru, kde pro každé i platí, že x_i je komplexně sdružené číslo s číslem x_{n-i}.

Příklad 3. Mějme (reálnou) funkci $f(x)$ definovanou na $[0, 2\pi]$. Tuto funkci naměříme v n bodech. Co se stane pokud na tento vektor pustíme FT? Nalezněte výsledný vektor pro $sin(x), cos(x)$ a e^{ix}.

Příklad 4. Jak zjistit, zda konečné těleso (resp. jeho multiplikativní podgrupa) obsahuje k-tou odmocniny z jedné?

Nápověda: Vzpomeňte si, že tato grupa je cyklická.

Příklad 5. Jak pro zadané body $([x_i, y_i])_{i=0}^n$ naleznout polynom stupně nanejvýš n, který danými body prochází?

Příklad 6. Je vrcholové pokrytí grafu NP-těžké? V případě, že je, zůstane NP-těžké i v případě, že se omezíme na bipartitní grafy?

Příklad 7. Buď G graf, $\Delta(G) \leq 4$. Ukažte, že i pro takto omezené grafy je nezávislá množina NP-těžká.

Příklad 8. Ukažte, že vyřešit soustavu lineárních rovnic s proměnnými $x_i \in \{0, 1\}$ je NP-těžké.

Příklad 9. Ukažte, že problém batohu je NP-těžký. Problém batohu je definovaný tak, že dostaneme předměty $p_1, \ldots, p_n$ a máme batoh velikosti 1, do kterého máme naskládat vybrané předměty co možná nejlépe. Tedy chceme určit, zda existuje množina I taková, že $\sum_{i \in I} x_i = 1$.

Všimněte si, že problém by se nezměnil ani v případě, že bychom navíc dostali číslo b a příslušně změnili podmínku na $\sum_{i \in I} x_i = b$.

Příklad 10. Ukažte, že problém dvou loupežníků je NP-těžký. Problém dvou loupežníků (není, jak by se na první dojem mohlo zdát, se zákonem, ale) spočívá v tom, že vlastní množinu naloupených hodnotných věcí, říkejme ji $L = \{l_1, \ldots, l_n\}$. Po celoživotní práci si loupežníci chtějí rozdělit všechny předešlou činností získané věci tak, aby měli oba stejně—formálně se ptáme, zda existuje množina I taková, že $\sum_{i \in I} l_i = \sum_{j \notin I} l_j$.

Příklad 11. Je E3-3-SAT NP-těžký? Tedy SAT, ve kterém se zaručíme, že každá klauzule obsahuje právě tři literály a každý literál je v právě (to E. . . exactly) třech klauzulích.

Příklad 12. . . .