

Pokyny k vypracování úkolů

Pořádně si přečtete zadání (a pak ještě jednou to z webu – častokrát opravené). Pokud vám cokoli nedává smysl nebo nevychází jak by mělo, ozvěte se (může se jednat o překlep v zadání)!

Své řešení sepišujte **čitelně, komentovaně, úhledně a v ideálním případě i správně**. Rozhodně neopisujte cizí řešení (nic se tím nenaučíte). Řešení kolektivů je ale zcela v pořádku (pokud si jej následně každý sepíše sám) a je zcela podporováno. Pokud používáte znalosti ze cvičení či přednášky, odkažte se na příslušný zdroj.

U svých řešení vždy zdůvodněte, proč je řešení správné, lemmata či vlastnosti nalezeného řešení dokažte, u algoritmu dokažte správnost a uveďte časovou i paměťovou složitost.

Poznámka Pro závěrečnou sadu úkolů je možné využít libovolné probrané problémy jako NP-úplné. Dále také lze využít i nedokázaný (například bonusový) úkol.

Úkol 1 (16 bodů). Ukažte, že problém MAXCUT je NP-úplný. MAXCUT je problém rozdělení vstupního grafu na právě dvě části tak, aby počet (potažmo váha) hran mezi těmito částmi byl co možná největší.

Úkol 2 (10 bodů). Ukažte, že maximální BISEKCE grafu je NP-úplná. BIKSEKCE je rozdělení grafu na dvě části, které se velikostí liší nejvýše o jedna. BISEKCE B je maximální, pokud pro každou jinou BISEKCI B' platí, že počet hran mezi dvěma částmi v B' je nanejvýš počet hran mezi částmi v B.

Úkol 3 (20 bodů). Představte si, že jste obdařeni **černou skříňkou**, která když dostane na vstup graf (a jako vždy chytne kliku a zatočíte s ní) vydá velikost největšího párování v tomo grafu. Nalezněte (alespoň jedno) největší párování v grafu—tedy přímo množinu hran. Mělo by vám stačit polynomiálně mnoho otočení kliky na skříňce (jinými klikami si klidně točte třeba exponenciálně).

Úkol 4 (BONUS: 20 bodů). Ukažte, že NAESAT je NP-úplný. NAESAT (not-all-equal) je problém, kdy na vstupu je bezkvantifikátorová logická formule v konjunktivní normální formě (tj. konjunkce klauzulí—známe ze SAT) a klauzule je nesplněná tentokráte ve dvou případech—když jsou všechny její literály nastaveny na stejnou hodnotu (tedy všechny False a nebo všechny True).