

Domácí úkol z matematické analýzy II

Termín odevzdání: neděle 6. května

1. Necht' X je nějaká množina a necht' d_1 a d_2 jsou dvě metriky na množině X . O které z následujících dvou funkcí můžeme s jistotou říci, že to je metrika na X ?

1

(a) $d_a(x, y) = \max\{d_1(x, y), d_2(x, y)\}$,

1

(b) $d_b(x, y) = \min\{d_1(x, y), d_2(x, y)\}$,

2. Necht' $\mathcal{C}([0, 1])$ označuje množinu všech spojitých funkcí z uzavřeného intervalu $[0, 1]$ do \mathbb{R} , kde $[0, 1]$ i \mathbb{R} mají obvyklou metriku. Předpokládáme, že v krajních bodech $[0, 1]$ jsou funkce z $\mathcal{C}([0, 1])$ jednostranně spojitě. Definujme následující dvě metriky na množině $\mathcal{C}([0, 1])$:

• $d_1(f, g) = \int_0^1 |f(x) - g(x)| dx$

• $d_2(f, g) = \max_{x \in [0, 1]} |f(x) - g(x)|$.

2

- (a) Ověřte, že d_1 a d_2 jsou opravdu metriky.

2

- (b) Najděte posloupnost $(f_n)_{n=1}^{\infty}$ prvků $\mathcal{C}([0, 1])$, která je konvergentní v metrickém prostoru $(\mathcal{C}([0, 1]), d_1)$, ale není konvergentní v prostoru $(\mathcal{C}([0, 1]), d_2)$.