

Dvanáctá série domácích úkolů
verze pro cvičení v úterý od 14:00

- Lhůta pro dodání řešení je úterý 19. května v 6 hodin ráno.
 - Svá řešení mi pošlete mailem na adresu jelinek@iuuk.mff.cuni.cz nebo mi je po předchozí domluvě přineste osobně.
 - Řešení by mělo obsahovat nejen konečný výsledek, ale i postup, jak jste k výsledku dospěli.
 - Přejete-li si mít své bodové zisky zveřejněny na webu cvičení, dejte mi vědět. Můžete si případně zvolit přezdívku.
 - Číslo v rámečku u zadání označuje bodové ohodnocení příkladu.
-

1. Pro dva vektory $x = (x_1, \dots, x_n) \in \mathbb{Z}_2^n$ a $y = (y_1, \dots, y_n) \in \mathbb{Z}_2^n$ označme symbolem $\langle x, y \rangle$ jejich skalární součin $x_1y_1 + x_2y_2 + \dots + x_ny_n \in \mathbb{Z}_2$ počítaný nad tělesem \mathbb{Z}_2 . Pro každou z následujících množin rozhodněte, zda se jedná o vektorový prostor (nad tělesem \mathbb{Z}_2). Pokud se jedná o vektorový prostor, určete, jakou má dimenzi.

- 1 (a) $M_1 = \{(x_1, x_2, \dots, x_n) \in \mathbb{Z}_2^n; x_1 + x_2 = 0\}$,
- 1 (b) $M_2 = \{(x_1, x_2, \dots, x_n) \in \mathbb{Z}_2^n; \text{mezi } x_1, \dots, x_n \text{ jsou nejvýš dvě jedničky}\}$,
- 1 (c) $M_3 = \{x \in \mathbb{Z}_2^8; \langle x, (10010011) \rangle = 0\}$,
- 1 (d) $M_4 = \{x \in \mathbb{Z}_2^8; \langle x, (10010011) \rangle = 0 \text{ a zároveň } \langle x, (11010101) \rangle = 0\}$,
- 1 (e) $M_5 = \{x \in \mathbb{Z}_2^8; \langle x, (10010011) \rangle = 0 \text{ nebo } \langle x, (11010101) \rangle = 0\}$,
- 2 (f) $M_6 = \{x \in \mathbb{Z}_2^n; \text{ pro každé } y \in M_1 \text{ platí } \langle x, y \rangle = 0\}$, kde M_1 je množina definovaná v části (a).