

Pátá série domácích úkolů  
verze pro cvičení v úterý od 14:00

- Lhůta pro dodání řešení je úterý 31. března v 6 hodin ráno.
- Svá řešení mi pošlete mailem na adresu jelinek@iuuk.mff.cuni.cz nebo mi je po předchozí domluvě přineste osobně.
- Řešení by mělo obsahovat nejen konečný výsledek, ale i postup, jak jste k výsledku dospěli.
- Přejete-li si mít své bodové zisky zveřejněny na webu cvičení, dejte mi vědět. Můžete si případně zvolit prezídku.
- Číslo v rámečku u zadání označuje bodové ohodnocení příkladu.

---

2 1. Jak víme, neorientovaný graf  $G = (V, E)$  je speciálním případem množinového systému, neboť každá hrana je dvouprvková podmnožina  $V$ . Ukažte, že graf  $G = (V, E)$  má systém různých reprezentantů, právě když každá komponenta  $G$  obsahuje nejvýš jednu kružnici.

2 2. Necht'  $(B, P)$  je konečná projektivní rovina. Dokažte, že  $(B, P)$  má systém různých reprezentantů.

2+1 3. Necht'  $(X, \{M_1, \dots, M_n\})$  je množinový systém. Dokažte, že následující dvě tvrzení jsou ekvivalentní:

- a) V každé množině  $M_i$  lze najít desetiprvkovou podmnožinu  $R_i \subseteq M_i$  tak, že pro každé  $i \neq j$  budou  $R_i$  a  $R_j$  disjunktní.
- b) Platí následující zesílení Hallovy podmínky:

$$\forall I \subseteq \{1, 2, \dots, n\}: \left| \bigcup_{i \in I} M_i \right| \geq 10|I|.$$

(Za důkaz jedné implikace dostanete 1 bod, za důkaz obou 3 body.)