

Pátá série domácích úkolů
verze pro cvičení v úterý od 12:20

- Lhůta pro dodání řešení je úterý 31. března v 6 hodin ráno.
- Svá řešení mi pošlete mailem na adresu jelinek@iuuk.mff.cuni.cz nebo mi je po předchozí domluvě přineste osobně.
- Řešení by mělo obsahovat nejen konečný výsledek, ale i postup, jak jste k výsledku dospěli.
- Přejete-li si mít své bodové zisky zveřejněny na webu cvičení, dejte mi vědět. Můžete si případně zvolit prezídku.
- Číslo v rámečku u zadání označuje bodové ohodnocení příkladu.

2 1. Jak víme, neorientovaný graf $G = (V, E)$ je speciálním případem množinového systému, neboť každá hrana je dvouprvková podmnožina V . Ukažte, že graf $G = (V, E)$ má systém různých reprezentantů, právě když každá komponenta G obsahuje nejvýš jednu kružnici.

2 2. Necht' (B, P) je konečná projektivní rovina. Dokažte, že (B, P) má systém různých reprezentantů.

2+1 3. Necht' $(X, \{M_1, \dots, M_n\})$ je množinový systém. Dokažte, že následující dvě tvrzení jsou ekvivalentní:

- a) V každé množině M_i lze najít desetiprvkovou podmnožinu $R_i \subseteq M_i$ tak, že pro každé $i \neq j$ budou R_i a R_j disjunktní.
- b) Platí následující zesílení Hallovy podmínky:

$$\forall I \subseteq \{1, 2, \dots, n\}: \left| \bigcup_{i \in I} M_i \right| \geq 10|I|.$$

(Za důkaz jedné implikace dostanete 1 bod, za důkaz obou 3 body.)