

Domácí úkol z Kombinatoriky a grafů I

čtvrtá série, verze pro cvičení ve čtvrtek 17:20

Termín odevzdání: nejpozději ve čtvrtek 20. 3. ve 17:20.

Čísla ve čtverečku jsou počty bodů.

1. Pro následující posloupnosti čísel najděte jejich vytvořující funkce a odvoďte z nich explicitní vzorec pro n -tý člen příslušné posloupnosti.

- 2 (a) posloupnost $(a_n)_{n=0}^{\infty}$ taková, že $a_0 = 1$ a pro $n \geq 1$ platí $a_n = 2a_{n-1} + n + 1$.
- 2 (b) posloupnost $(b_n)_{n=0}^{\infty}$ taková, že $b_0 = 1$, pro $n \geq 2$ platí $b_n = \frac{5}{2}b_{n-1} - b_{n-2}$, a navíc $\lim_{n \rightarrow \infty} b_n = 0$. (Pokud existuje více takových posloupností, najděte je všechny.)
- 2 (c) posloupnost $(c_n)_{n=0}^{\infty}$ taková, že $c_0 = 0$ a pro $n \geq 1$ platí $c_n = 1 - \frac{2}{3} \sum_{k=0}^{n-1} c_k$.
- 3 (d) posloupnost $(d_n)_{n=0}^{\infty}$ definovaná vzorcem $d_n = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} \binom{k}{3}$ pro $n \geq 0$. (V tomto případě je cílem najít vzorec pro d_n v uzavřeném tvaru bez sum.)