

Domácí úkol z Kombinatoriky a grafů I

třetí série, verze pro cvičení ve čtvrtek 17:20

Termín odevzdání: nejpozději ve čtvrtek 13. 3. ve 17:20.

Čísla ve čtverečku jsou počty bodů.

1. Pro následující posloupnosti čísel najděte jejich vytvořující funkce. Výsledek vyjádřete v uzavřeném tvaru, tj. vzorečkem bez použití nekonečných sum.

- 1 (a) posloupnost $(a_n)_{n=0}^{\infty}$, kde $a_n = n2^n$.
- 1 (b) posloupnost $(b_n)_{n=0}^{\infty}$, kde $b_n = \binom{n}{10}$.
- 2 (c) posloupnost $(c_n)_{n=0}^{\infty}$, kde $c_n = n^3$. Nápověda: pokud už umíte vyřešit předchozí příklad, může vám pomoci vztah $n^3 = 6\binom{n}{3} + 6\binom{n}{2} + n$.
- 2 (d) posloupnost $(d_n)_{n=0}^{\infty}$, kde $d_n = \frac{1}{3^n}$ pro n sudé a $d_n = 2^n + 1$ pro n liché.
- 2 (e) posloupnost $(e_n)_{n=0}^{\infty}$, kde e_n je definováno jako počet způsobů, jak lze číslo n vyjádřit jako součet pěti lichých čísel. Jinými slovy, e_n je počet uspořádaných pětic (n_1, \dots, n_5) takových, že n_1, \dots, n_5 jsou lichá přirozená čísla, jejichž součet je n . Nápověda: vzorec pro e_n znát nemusíte, stačí vzorec pro vytvořující funkci.