

Úlohy k 7. cvičení

1. Pro standardní skalární součin $\langle \mathbf{x} | \mathbf{y} \rangle = \sum_{i=1}^n x_i \bar{y}_i$ nad \mathbb{C}^n , resp \mathbb{R}^n určete u následujících vektorů \mathbf{x} a \mathbf{y} :

- skalární součin vektorů \mathbf{x} a \mathbf{y}
- euklidovské normy vektorů \mathbf{x} a \mathbf{y}
- vzdálenost vektorů \mathbf{x} a \mathbf{y}
- zdali jsou vektory \mathbf{x} a \mathbf{y} navzájem kolmé.

a) $\mathbf{x}^T = (4, 2, 3)$, $\mathbf{y}^T = (1, 5, -2)$.

b) $\mathbf{x}^T = (3, 1, -2)$, $\mathbf{y}^T = (1, -3, 2)$.

c) $\mathbf{x}^T = (2, -1, 4)$, $\mathbf{y}^T = (5, 2, -2)$.

d) $\mathbf{x}^T = (2, 1, 4, -1)$, $\mathbf{y}^T = (4, -1, 0, 2)$.

e) $\mathbf{x}^T = (2 + i, 0, 4 - 5i)$, $\mathbf{y}^T = (1 + i, 2 + i, -1)$.

f) $\mathbf{x}^T = (1, 2, 1, -2i)$, $\mathbf{y}^T = (i, 2i, i - 1, 2)$.

g) $\mathbf{x}^T = (1, 1 + i)$, $\mathbf{y}^T = (2i, a + bi)$ (s reálnými parametry a, b)

2. Určete u následujících vektorů \mathbf{x} a \mathbf{y} :

- skalární součin vektorů \mathbf{x} a \mathbf{y}
- normy vektorů \mathbf{x} a \mathbf{y}
- zdali jsou vektory \mathbf{x} a \mathbf{y} navzájem kolmé.

vzhledem ke skalárnímu součinu na \mathbb{C}^3 danému předpisem:

$$\langle \mathbf{x} | \mathbf{y} \rangle = x_1 \bar{y}_1 + x_2 \bar{y}_2 + 2x_3 \bar{y}_3 + x_3 \bar{y}_2 + x_2 \bar{y}_3$$

a) $\mathbf{x}^T = (4, 2, 3)$, $\mathbf{y}^T = (1, 5, -2)$.

b) $\mathbf{x}^T = (3, 1, -2)$, $\mathbf{y}^T = (1, -3, 2)$.

c) $\mathbf{x}^T = (2, -1, 4)$, $\mathbf{y}^T = (5, 2, -2)$.

d) $\mathbf{x}^T = (2 + i, 0, 4 - 5i)$, $\mathbf{y}^T = (1 + i, 2 + i, -1)$.

3. Vůči standardnímu skalárnímu součinu vyberte z následujících tří vektorů kolmé dvojice: $(1, 2, 3)$, $(5, 2, -3)$ a $(-2, -1, -4)$. Kterou z následujících vlastností má relace kolmosti: Reflexivita, ireflexivita, symetrie, antisymetrie, tranzitivita?

4. Určete kosinus úhlu, který svírá hlavní úhlopříčka krychle s podstavou. Podobně spočítejte kosinus úhlu mezi podstavou čtyřstěnu a jednou z hran vedoucích do zbývajícího vrcholu. Spočítejte také kosinus úhlu mezi úhlopříčkou osmistěnu a jeho libovolnou stěnou.

Jak spolu velikosti těchto úhlů souvisejí?

Jaký je objem jednotkového čtyřstěnu a jednotkového osmistěnu?

5. Mějme dva kolmé vektory \mathbf{u} a \mathbf{v} . Dále nechť $\|\mathbf{u}\| = 12$, $\|\mathbf{v}\| = 5$. Určete $\|\mathbf{u} + \mathbf{v}\|$ a $\|\mathbf{u} - \mathbf{v}\|$.