

Úlohy k 4. cvičení

1. Následující matice reprezentují geometrická zobrazení v rovině. Nalezněte jejich vlastní čísla a k nim příslušné vlastní vektory a pokuste se je geometricky vysvětlit.

a) $\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, b) $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$, c) $\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$, d) $\frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$.

2. Nalezněte vlastní čísla a odpovídající vlastní vektory následující matice nad tělesem \mathbb{C}

a) $\begin{pmatrix} 2 & 6 \\ 6 & -3 \end{pmatrix}$ b) $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -2 & 2 \end{pmatrix}$ c) $\begin{pmatrix} 1 & 5 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$ d) $\begin{pmatrix} 5 & 10 \\ 4 & -1 \end{pmatrix}$

3. Nalezněte vlastní čísla a odpovídající vlastní vektory matic nad tělesem \mathbb{C} .

Rozhodněte, zdali jsou tyto matice diagonalizovatelné.

a) $\begin{pmatrix} 2 & -1 & 2 \\ 5 & -3 & 3 \\ -1 & 0 & -2 \end{pmatrix}$ b) $\begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ c) $\begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -4 \\ -1 & 0 & 4 \end{pmatrix}$

4. U matice

$$\begin{pmatrix} 10 & 0 & 7 & -7 \\ 4 & 5 & 2 & -2 \\ 16 & 4 & 15 & -8 \\ 30 & 4 & 26 & -19 \end{pmatrix}$$

známe tři vlastní čísla a to 3, -4 a 5. Dopočítejte zbylé vlastní číslo.

5. Určete vlastní čísla matice

$$\begin{pmatrix} 3 & 2 & 0 & 1 & -2 \\ 0 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 1 & 0 & 3 \\ 0 & 5 & 0 & 1 & 0 \\ 4 & 8 & 0 & 7 & -3 \end{pmatrix}$$

6. Ve městě Pupákově jsou tři strany: Asketičtí, Bohatí a Chudí. Podrobným výzkumem se zjistilo, že 75 % z těch voličů co volilo Askety, je bude volit opět, 5 % bude volit Bohaté a 20 % Chudé. Podobně z těch co volili Bohaté zvolí 60 % opět Bohaté, 20 % Askety a 20 % Chudé. 80 % voličů Chudých je bude volit i v následujícím období, o zbylé hlasy se podělí 10 % Asketi a 10 % Bohatí.

Jak bude vypadat limitní rozložení sil v místním (řekněme stočlenném) zastupitelstvu?