

Domácí úkoly z Kombinatoriky a grafů

9. série

Termín odevzdání: 30.4.2008

1. Mřížové body v rovině (tj. body s celočíselnými souřadnicemi) jsou obarveny dvěma barvami. Dokažte, že lze najít 2008 vodorovných a 2008 svislých přímk takových, že všech jejich 2008^2 průsečíků má stejnou barvu. [3 body]
2. Přirozená čísla jsou obarvena dvěma barvami. Dokažte, že lze vybrat jednobarevnou trojici různých přirozených čísel x, y, z splňující $y = (x + z)/2$. (x, y, z tedy tvoří aritmetickou posloupnost délky 3) [3 body]
3. Dokažte, že pokud obarvíme množinu všech bodů roviny dvěma barvami, pak vždy najdeme 3 stejnobarevné body, které tvoří vrcholy rovnostranného trojúhelníka. HINT: Může se hodit tvrzení z předchozího příkladu, které zde můžete bez důkazu použít i v případě, že předchozí příklad nemáte vyřešen. [3 body]
4. Najděte posloupnost délky $(r - 1)^2$ tvořenou navzájem různými celými čísly, která neobsahuje ani rostoucí ani klesající podposloupnost délky r . (podposloupnost je posloupnost, která vznikne vyškrtáním některých prvků původní posloupnosti) [3 body]

Domácí úkoly z Kombinatoriky a grafů

9. série

Termín odevzdání: 30.4.2008

1. Mřížové body v rovině (tj. body s celočíselnými souřadnicemi) jsou obarveny dvěma barvami. Dokažte, že lze najít 2008 vodorovných a 2008 svislých přímk takových, že všech jejich 2008^2 průsečíků má stejnou barvu. [3 body]
2. Přirozená čísla jsou obarvena dvěma barvami. Dokažte, že lze vybrat jednobarevnou trojici různých přirozených čísel x, y, z splňující $y = (x + z)/2$. (x, y, z tedy tvoří aritmetickou posloupnost délky 3) [3 body]
3. Dokažte, že pokud obarvíme množinu všech bodů roviny dvěma barvami, pak vždy najdeme 3 stejnobarevné body, které tvoří vrcholy rovnostranného trojúhelníka. HINT: Může se hodit tvrzení z předchozího příkladu, které zde můžete bez důkazu použít i v případě, že předchozí příklad nemáte vyřešen. [3 body]
4. Najděte posloupnost délky $(r - 1)^2$ tvořenou navzájem různými celými čísly, která neobsahuje ani rostoucí ani klesající podposloupnost délky r . (podposloupnost je posloupnost, která vznikne vyškrtáním některých prvků původní posloupnosti) [3 body]