

## Cvičení 10 - výrazy

### 1 Složité výrazy

Pochopte a vysvětlete, co znamenají následující výrazy.

$$\{x \in \mathbb{Z} : 4 < x^2 < 25\} \quad (1)$$

$$\{M \subseteq \mathbb{Z} : |M \cap \mathbb{N}| = 2\} \quad (2)$$

$$\left| \binom{\{1, \dots, 3k\}}{k} \right| \quad (3)$$

$$\bigcup_{x \in X} \{f(x)\} \quad (4)$$

$$\max_{\substack{X \subseteq \binom{\{1, \dots, n\}}{3} \\ \forall A, B \in X: A \cap B = \emptyset}} |X| \quad (5)$$

$$\left| \bigcup_{\substack{x, y \in \mathbb{N} \\ x+y=10}} \{x-y\} \right| \quad (6)$$

Zjistěte, čemu je výraz roven, a zdůvodněte to.

$$\prod_{j=1}^{100} 2^j \quad (7)$$

$$\sum_{\substack{i \text{ je prvočíslo} \\ i \text{ je sudé}}} i^2 \quad (8)$$

$$\sum_{I \subseteq \{1, \dots, n\}} (-1)^{|I|} \quad (9)$$

$$\sum_{\substack{I \subseteq \{1, \dots, m\} \\ 3 \leq |I| \leq 4}} 1 \quad (10)$$

$$\prod_{i=0}^{k-1} \frac{n-i}{k-i} \quad (11)$$

$$\sum_{\substack{x, y \in \mathbb{N} \\ x < y; x+y=7}} \prod_{i=x}^y (i-1) \quad (12)$$

$$\bigcup_{k=2}^5 \bigcup_{\substack{1 \leq j \leq 100 \\ j \text{ je dělitelné } k}} \{l \in \mathbb{N} : 95 \leq l \leq j\} \quad (13)$$

$$\bigcup_{k=2}^5 \bigcup_{\substack{1 \leq j \leq 100 \\ j \text{ je dělitelné } k}} \{\{l \in \mathbb{N} : 95 \leq l \leq j\}\} \quad (14)$$

$$(x-a)(x-b) \cdots (x-y)(x-z) \quad :- \quad (15)$$

## 2 Ještě složitější výrazy

Co znamená první z těchto tří výrazů? Rozmyslete si, že další dva jsou mu oba rovny.

$$\sum_{i=1}^n |A_i| - \sum_{1 \leq i_1 < i_2 \leq n} |A_{i_1} \cap A_{i_2}| + \sum_{1 \leq i_1 < i_2 < i_3 \leq n} |A_{i_1} \cap A_{i_2} \cap A_{i_3}| - \dots + (-1)^{n-1} |A_1 \cap A_2 \cap \dots \cap A_n| \quad (16)$$

$$\sum_{k=1}^n (-1)^{k-1} \sum_{I \in \binom{\{1, \dots, n\}}{k}} \left| \bigcap_{i \in I} A_i \right| \quad (17)$$

$$\sum_{\emptyset \neq I \subseteq \{1, \dots, n\}} (-1)^{|I|-1} \left| \bigcap_{i \in I} A_i \right| \quad (18)$$

## 3 Další složité výrazy

Pochopte a vysvětlete, co znamenají následující výrazy. Zjistěte také, čemu jsou rovny.

$$\sum_{M \subseteq \binom{\{1, \dots, 5\}}{2}} \left| \bigcap_{D \in M} D \right| \quad (19)$$

$$\bigcup_{M \subseteq \binom{\{1, \dots, 5\}}{2}} \left\{ \bigcap_{D \in M} D \right\} \quad (20)$$

$$\sum_{\substack{J \subseteq \{2, 4, \dots, 10\} \\ |J| \leq 2}} \prod_{j \in J} (-1)^j \quad (21)$$

$$\sum_{\substack{x, y \in \mathbb{N} \\ x+y=10; x < y}} |\{x, \dots, y\} \cap \{2 \cdot m; m \in \mathbb{N}\}| \quad (22)$$

$$\bigcup_{j, k=1}^4 \{\{k, \dots, 2k\} \cap \{j, \dots, 2j\}\} \quad (23)$$

$$\bigcup_{\substack{i, j \in \{1, \dots, 5\} \\ i < j}} (\{i\} \times \{1, \dots, j\}) \quad (24)$$