

Lineární algebra II - 6.3. CV 2
(Olympiáda, disciplína determinátor)

I) Spočtěte následující determinanty. (3 body)

a) $\begin{vmatrix} 2 & 2 & 1 \\ 2 & 2 & 3 \\ 4 & 2 & 2 \end{vmatrix}$

Řešení: 8

b) $\begin{vmatrix} 4 & -2 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 2 & -9 & 1 \end{vmatrix}$

Řešení: 2

c) $\begin{vmatrix} 0.3 & 4 & 0.2 \\ 1 & 0.1 & 2 \\ 2 & 3 & 0.3 \end{vmatrix}$

Řešení: 13.569

II) Spočtěte následující determinanty. (4 body)

a) $\begin{vmatrix} 2 & -3 & 1 & 4 \\ 5 & -2 & 2 & 5 \\ 4 & 8 & 4 & -4 \\ 1 & -2 & -1 & 4 \end{vmatrix}$

Řešení: 68

b) $\begin{vmatrix} 0 & -2 & -3 & 1 \\ 4 & 4 & 6 & -2 \\ 5 & 1 & 4 & -1 \\ -9 & -3 & 2 & 1 \end{vmatrix}$

Řešení: 16

c) $\begin{vmatrix} 7.1 & 1 & 4 & 5.2 \\ 2 & 4 & 4 & -1 \\ 3 & 2 & 2 & 1 \\ 3 & -1 & -1 & 3 \end{vmatrix}$

Řešení: -3

III) Spočtěte následující determinanty. (5 bodů)

$$\text{a) } \begin{vmatrix} 2 & 3 & -1 & -4 & 1 \\ 1 & 2 & 2 & -2 & 1 \\ -2 & 7 & -1 & 4 & 3 \\ 3 & 4 & -6 & -6 & 3 \\ -1 & 1 & 0 & 2 & 2 \end{vmatrix}$$

Řešení: 0

$$\text{b) } \begin{vmatrix} 2 & 0 & -3 & -4 & 1 \\ 0 & 3 & -1 & 2 & 1 \\ -4 & 0 & 2 & 0 & 2 \\ 2 & 5 & -2 & 4 & 0 \\ 2 & -1 & -1 & 2 & 1 \end{vmatrix}$$

Řešení: 32

IV) Spočítejte následující determinanty. Řešením je výraz s parametry. (5 bodů)

$$\text{a) } \begin{vmatrix} 2 & 2 & -1 & a \\ 2 & -2 & -1 & b \\ 1 & 2 & 2 & c \\ -1 & 2 & -1 & d \end{vmatrix}$$

Řešení: $6a - 18b - 24d$

$$\text{b) } \begin{vmatrix} 0 & b & 1 & 0 \\ a & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & d \\ 0 & 1 & c & 0 \end{vmatrix}$$

Řešení: $abcd - ad - bc + 1$

$$\text{c) } \begin{vmatrix} a & -1 & -1 & -1 \\ b & 0 & 1 & 1 \\ b & 1 & 0 & 1 \\ a & 1 & 1 & 0 \end{vmatrix}$$

Řešení: $3a + 2b$

$$\text{d) } \begin{vmatrix} a & 0 & 1 & -1 \\ 0 & b & -1 & 1 \\ 1 & -1 & c & 0 \\ -1 & 1 & 0 & d \end{vmatrix}$$

Řešení: $abcd - ad - ac - bd - bc$

V) Spočítejte následující determinanty. (6 bodů)

$$\text{a) } \begin{vmatrix} 2 & 1 & 4 & 2 & 3 & 1 \\ -3 & 0 & 3 & 1 & -4 & 1 \\ 2 & 3 & -1 & -1 & 3 & 0 \\ 1 & -2 & 4 & -4 & 2 & 0 \\ 1 & -1 & 4 & 0 & 2 & 1 \\ 1 & 4 & 3 & 3 & 1 & 1 \end{vmatrix}$$

Řešení: 40

$$\text{b) } \begin{vmatrix} 3 & -3 & 1 & -4 & 1 & 0 \\ 3 & 0 & -2 & 1 & 0 & 2 \\ 2 & 3 & -1 & -2 & 1 & 3 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 3 & 1 & 3 & -3 \\ 3 & -2 & 3 & 2 & 1 & 0 \end{vmatrix}$$

Řešení: -37

$$\text{c) } \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & -1 & -1 & -1 \\ 2 & -2 & 2 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 0 & 0 & -1 \\ 2 & 2 & -2 & -2 & 1 & -1 \\ 2 & -2 & 0 & 0 & -2 & 1 \\ 1 & -1 & -1 & -1 & 1 & 1 \end{vmatrix}$$

Řešení: 36
