Lineární algebra II - 19.3. CV 5
(Vlastní čísla)

I) Nalezněte vlastní čísla a odpovídající vlastní vektory následujících matic nad tělesem $\mathbb{C}$.

a) $\begin{pmatrix} 2 & 6 \\ 6 & -3 \end{pmatrix}$

b) $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -2 & -2 \end{pmatrix}$

c) $\begin{pmatrix} 5 & 10 \\ 4 & -1 \end{pmatrix}$

II) Nalezněte vlastní čísla a odpovídající vlastní vektory matic nad tělesem $\mathbb{C}$. Určete, zdali jsou tyto matice diagonalizovatelné.

a) $\begin{pmatrix} 2 & -1 & 2 \\ 5 & -3 & 3 \\ -1 & 0 & -2 \end{pmatrix}$

b) $\begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}$

c) $\begin{pmatrix} 0 & 2 & 2 \\ 2 & 0 & 2 \\ 2 & 2 & 0 \end{pmatrix}$

d) $\begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 4 \\ -1 & 0 & 4 \end{pmatrix}$

III) U matice

$$H = \begin{pmatrix} 10 & 0 & 7 & -7 \\ 4 & 5 & 2 & -2 \\ 16 & 4 & 15 & -8 \\ 30 & 4 & 26 & -19 \end{pmatrix}$$

známe tři vlastní čísla a to $3, -4$ a 5. Dopočítejte zbylé vlastní číslo.

IV) Určete vlastní čísla matice

$$K = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 0 & 1 & -2 \\ 0 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 1 & 0 & 3 \\ 0 & 5 & 0 & 1 & 0 \\ 4 & 8 & 0 & 7 & -3 \end{pmatrix}.$$

V) Nechť matice A je incidenční matice grafu G. Je to symetrická reálná matice s vlastními čísly $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq ... \geq \lambda_n$. Platí například, že $\Delta \geq \lambda_1 \geq \delta$, kde Δ je maximální a δ je minimální stupeň grafu G. Zjistěte vlastní čísla pro úplný graf na n vrcholech K_n (Případně zkuste řešit pro malá n přímo.)